

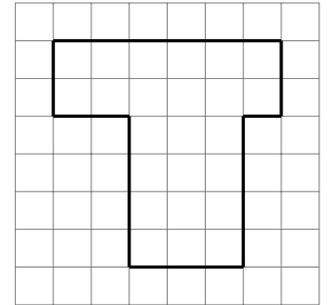
Генеральный партнер олимпиады — Сбербанк — приветствует участников! Сбер сегодня — это команда единомышленников, которые разрабатывают новые крутые технологии, чтобы сделать жизнь ярче и интереснее. Для нас твоё участие в соревнованиях по профилю «Математика» означает, что ты не боишься принимать сложные вызовы, готов браться за сложные задачи и обладаешь великим даром доказательства недоказуемого :). Верим в тебя, искреннее желаем удачи на заключительном этапе!



**Время выполнения заданий — 180 минут.**

**Баллы за верные обоснованные решения каждой задачи указаны в скобках. Максимальный балл за всю работу равен 100.**

**Задача 7.1.** (15 баллов) Разрежьте фигуру (см. рисунок справа) на три равные части по сторонам клеток. Части можно поворачивать и переворачивать.



**Задача 7.2.** (15 баллов) Даны две одинаковые стопки из восьми карточек, на которых написаны числа  $0, 1, 2, \dots, 7$ . Можно ли разложить эти карточки по кругу так, чтобы нули лежали рядом, между единицами лежала ровно одна карточка, ..., между карточками с числом  $k$  лежало ровно  $k$  карточек, ..., между карточками с числом 7 лежало ровно 7 карточек?

**Задача 7.3.** (15 баллов) Полина и Вика загадали два целых числа:  $a$  и  $b$ , при этом оказалось, что  $a > b$ . Полина нашла значение выражения  $a^3 - a^2 + 2024a$ , а Вика нашла значение выражения  $b^3 - b^2 + 2024b$ . Могло ли Полино число оказаться меньше Викиного?

**Задача 7.4.** (15 баллов) Дана таблица с 8 строками и 5 столбцами, Петя и Вася по очереди ставят в клетки таблицы крестики и нолики. За ход Петя ставит два крестика (или, если осталось одно незаполненное поле, то 1 крестик), а Вася ставит один нолик. Начинает Петя. Игра заканчивается, когда все клетки таблицы заполнены. Если есть строка, заполненная только крестиками, побеждает Петя, иначе Вася. Кто из них может гарантировать себе победу?

**Задача 7.5.** (20 баллов) По кругу стоит шесть коробок, в одной из них камень. За ход можно из коробки взять один камень и положить по одному камню в соседние с ней коробки. А можно наоборот пару камней в коробках через одну заменить одним камнем в коробке между ними. Через некоторое количество ходов снова остался один камень. Может ли этот камень лежать в коробке, соседней с исходной?

**Задача 7.6.** (20 баллов) Назовём *расстоянием* между двумя клетками доски минимальное количество ходов, которое нужно шахматному коню, чтобы попасть из одной из них в другую. Назовём тройку клеток *правильной*, если попарные расстояния между ними одинаковые. Сколько правильных троек есть на доске  $4 \times 4$ ?

*Примечание.* Конь ходит на две клетки по вертикали и затем на одну клетку по горизонтали, или наоборот, на две клетки по горизонтали и на одну клетку по вертикали.