

**Решения заданий заключительного этапа  
 по направлению «Электроника и нанoeлектроника»**

Задания по направлению состояли только из инвариантной части. Для того, чтобы претендовать на статусы медалиста, дипломанта I, II, III степени, участникам необходимо набрать наибольшее число баллов за все задания.

| Номер задания | Максимальный балл | Учёт в рейтинге по направлению |
|---------------|-------------------|--------------------------------|
| 1             | 10                | ✓                              |
| 2             | 10                | ✓                              |
| 3             | 10                | ✓                              |
| 4             | 15                | ✓                              |
| 5             | 15                | ✓                              |
| 6             | 20                | ✓                              |
| 7             | 20                | ✓                              |

**Задача 1 (10 баллов)**

Конденсаторы одинаковой емкости  $C$  соединены по схеме, изображенной на рисунке 1-1.

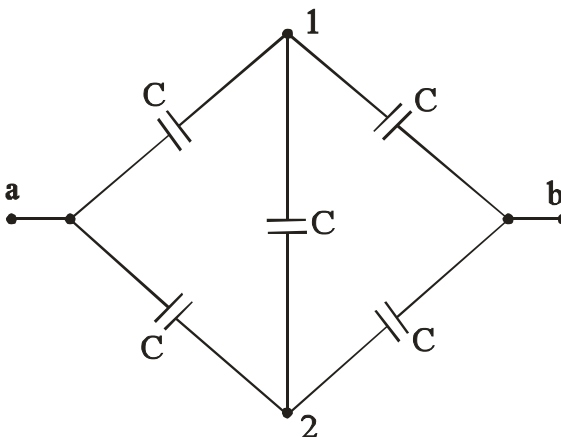


Рис.1-1

Определить емкость системы между точками а и б.  
 Решение объяснить.

**Решение.**

Из симметрии схемы следует, что потенциалы узлов 1 и 2 одинаковы и значит диагональный конденсатор ни на что не влияет какого бы номинала он не был. Соответственно исходную схему можно преобразовать к виду: (рис.1-2):

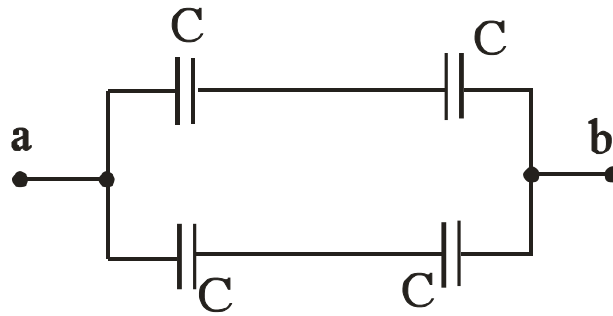
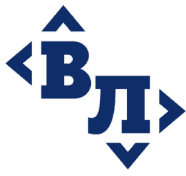


Рис.1-2

Последовательно включенные конденсаторы дают суммарную емкость  $C/2$ . Соответственно схема сводится к виду, изображенному на рис.1-3:

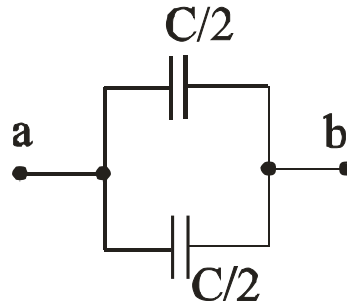


Рис.1-3

При параллельном включении емкости складываются. Соответственно результирующая емкость между точками  $a$  и  $b$  схемы будет равна  $C$ .

**Ответ:**  $C_{\text{экв}} = C$

**Задача 2 (10 баллов)**

Для схемы, изображенной на рисунке 2-1, определить заряд на емкости.

$R=1 \text{ кОм}$ ,  $C=100 \text{ пФ}$ ,  $E=10\text{В}$ .

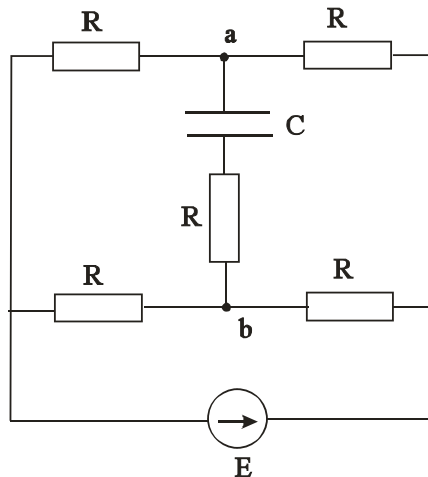
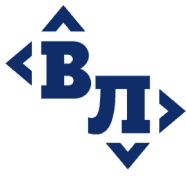


Рис.2-1



**Решение.**

Ввиду симметрии схемы можно утверждать, что потенциалы точек **a** и **b** одинаковы, т.е. разность потенциалов на емкости равна нулю. Соответственно и заряд на ней равен 0.

Ответ:  $Q=0$

**Задача 3 (10 баллов)**

Имеется две однородно заряженные пластины (см. рис.3-1). На левой и на правой пластине объемная плотность заряда положительная  $+ \rho$  [Кл/см<sup>3</sup>].

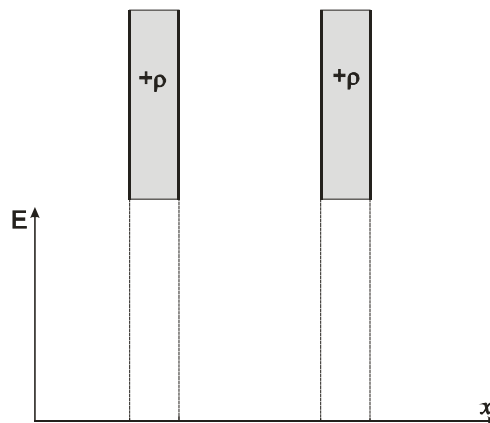


Рис.3-1

Нарисовать зависимость напряженности электрического поля  $E$  от координаты  $x$ .

**Решение.**

Очевидно, что поле между пластинами будет отсутствовать, а за пластинами поле будет однородно и направлено в разные стороны. Вблизи внутренних краев пластин поле должно быть равно нулю. Соответственно полная картина зависимости напряженности поля от координаты будет иметь вид, изображенный на рисунке 3-2.

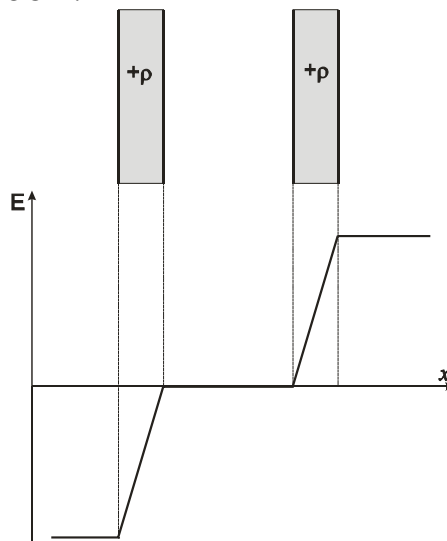
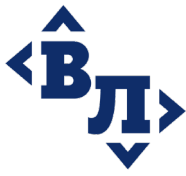


Рис.3-2



**Задача №4 (15 баллов).**

Дано: два гипотетических полупроводника, энергетические диаграммы которых приведены на рис.4-1. Эффективные массы электронов и дырок в обоих полупроводниках одинаковы и равны друг другу.

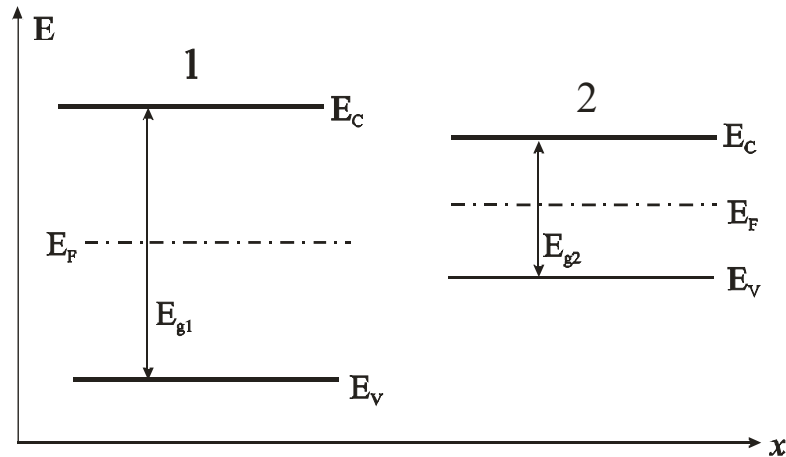


Рис.4-1

Сравнить на одном графике зависимости  $\lg(n_0)$  от обратной температуры  $(1/T)$ .  $n_0$  - равновесная концентрация электронов проводимости.

**Решение.**

Как видно из рис.4-1 оба полупроводника собственные (не легированные). Это следует из того, что уровень Ферми в обоих полупроводниках расположен по середине запрещенной зоны. Соответственно  $n_0 = n_i$ , где  $n_i$  - собственная концентрация свободных носителей заряда. Собственная же концентрация определяется по формуле:

$$n_i = (N_C N_V)^{1/2} \exp(-E_g/2kT),$$

где  $N_C$  и  $N_V$  - эффективные плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне соответственно и, по условию задачи равны друг другу и одинаковы для обоих полупроводников. Следовательно отличие в концентрации электронов будет определяться только экспоненциальным множителем. Таким образом

$$\lg(n_i) \sim - (E_g/2k) (1/T).$$

Т.е. логарифм концентрации  $n_i$  будет линейной функцией обратной температуры кристалла (рис.4-2). А угловый коэффициент этой линейной зависимости пропорционален  $E_g$ , т.е. ширине запрещенной зоны полупроводника. Соответственно, для более широкозонного материала угол наклона линейной зависимости  $\lg(n_0)=f(1/T)$  будет больше, чем для узкозонного.

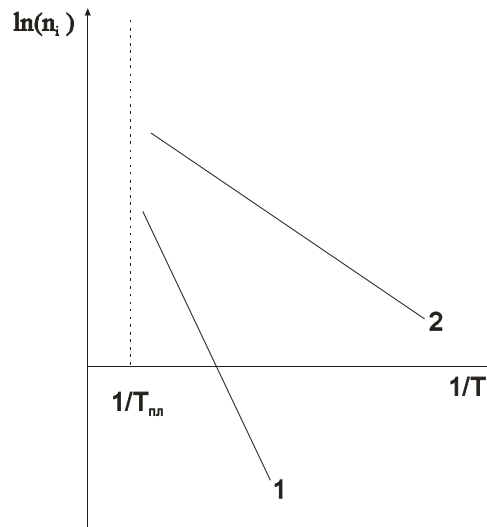
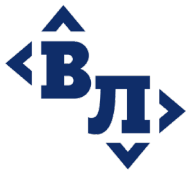


Рис. 4-2 ( $T_{пл}$  – температура плавления кристаллов)

Принципиально важно, чтобы эти линейные зависимости нигде не пересекались, т.к. при любой температуре концентрация свободных электронов в узкозонном полупроводнике будет всегда больше, чем в широкозонном.

**Задача №5 (15 баллов).**

Имеются 2 резких (ступенчатых) кремниевых  $p^+$ - $n$  перехода

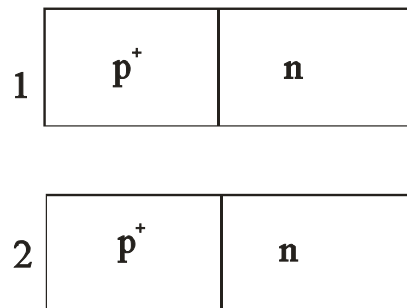


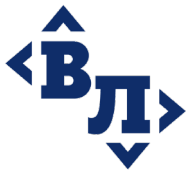
Рис.5-1

Базовая область первого перехода легирована в два раза сильнее чем второго. Сравнить эпюры плотности объемного заряда (на одном графике) и напряженности электрического поля (на другом графике) для базовых областей этих переходов для равновесного состояния.

Ответ объяснить.

**Решение.**

Как следует из условия задачи, оба перехода имеют слаболегированную  $n$ -область, которая и является базовой. Из теории  $p$ - $n$ -перехода следует, что зона объемного заряда в основном простирается в базовую область перехода, т.е. в  $n$ -область. В рамках приближения «объемного заряда» толщина слоя объемного заряда обратно пропорциональна корню квадратному от концентрации



легирующей примеси в базе диода, т.е. в  $n$ -области. Поскольку концентрация доноров в базе первого диода в 2 раза больше, чем у второго, то и толщина слоя объёмного заряда у второго перехода будет больше, чем у первого в  $\sqrt{2}$  раз. Соответственно эпюры плотности объёмного заряда будут выглядеть как изображено на рис. 5-2.

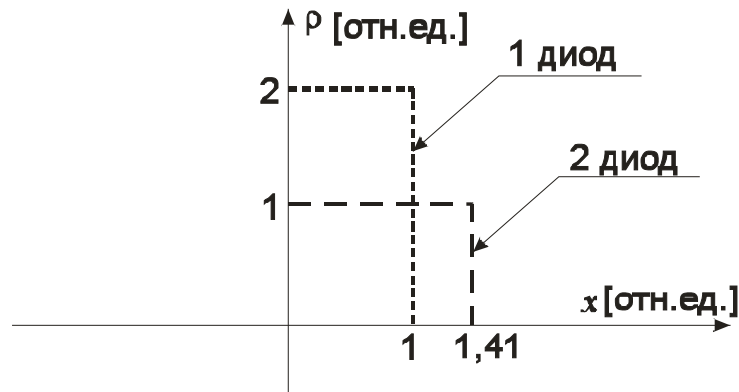


Рис. 5-2. Сравнительные эпюры плотности объёмного заряда в базовой области перехода.

Напряженность электрического поля в базовой области объёмного заряда резкого перехода описывается выражением:

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{q}{\epsilon\epsilon_0} N_D (d_n - x)$$

Соответственно сравнительные эпюры напряженности контактного электрического поля для базовых областей переходов будут иметь вид, изображенный на рис.5-3.

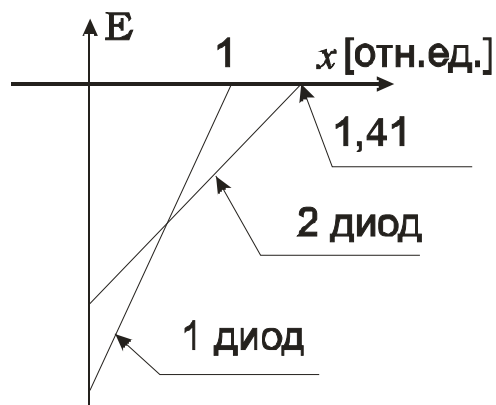
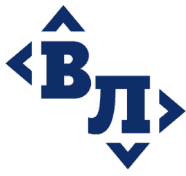


Рис. 5-3. Сравнительные эпюры напряженности электрического поля в базовых областях переходов



**Задача 6 (20 баллов)**

Имеется образец из электронного кремния в форме прямоугольного параллелепипеда, на торцы которого нанесены омические контакты, к которым подключена батарея (рис.6-1).

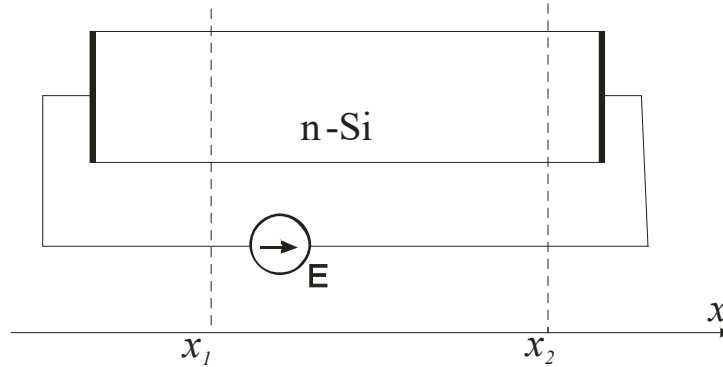


Рис.6-1.

Равновесная энергетическая диаграмма образца приведена на рис. 6-2.

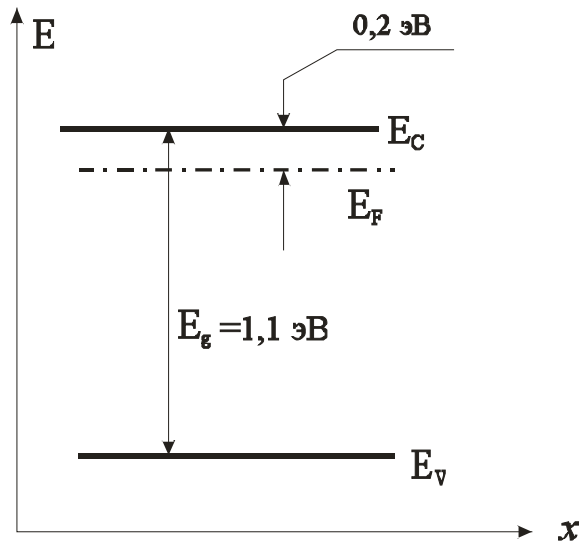


Рис.6-2

Значение энергии Ферми  $E_F$  в образце равно  $(E_c - 0,2)$  эВ. К образцу подключен источник питания  $E$  (рис.6-3). На участке образца, отмеченного пунктирными линиями, падает напряжение 0,5 вольт.

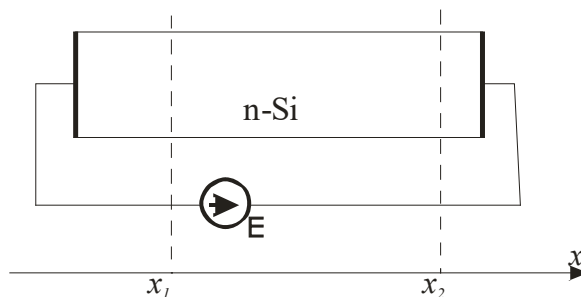
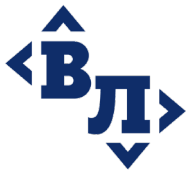


Рис.6-3



Нарисовать с соблюдением масштаба энергетическую диаграмму этого образца на отрезке  $(x_1 - x_2)$ .

Ответ обосновать.

**Решение.**

Как известно, дисперсионная зависимость для электронов (зависимость полной энергии электрона проводимости  $E$  от волнового числа  $k$ ) имеет вид квадратичной параболы (рис.6-4).

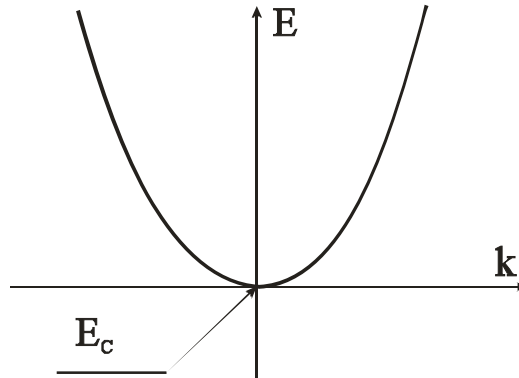


Рис.6-4.

Соответственно групповая скорость этих электронов определяется соотношением  $V_{гр} = (1/\hbar) (dE/dk)$ . Следовательно, на дне зоны проводимости  $V_{гр} = 0$ . Значит и кинетическая энергия электрона на дне зоны проводимости равна 0. Таким образом энергия  $E_c$  - это чисто потенциальная энергия электрона в зоне проводимости (см. рис 6-2 в задании). Аналогично,  $E_v$  - это чисто потенциальная энергия на потолке валентной зоны. И в отсутствие электрического поля внутри кристалла потенциальная энергия электронов и в зоне проводимости и в валентной зоне не зависит от пространственной координаты  $x$ , что и отображено на энергетической диаграмме кристалла (рис. 6-2 в задании) горизонтальными линиями.

Если же в кристалле появляется электрическое поле  $\mathcal{E}$ , создаваемое внешним источником ЭДС, то потенциальная энергия электронов, равная  $E = (q \cdot \mathcal{E} \cdot x)$  начнет зависеть от координаты  $x$ . И если поле однородно ( $\mathcal{E} = \text{const}$ ), то потенциальная энергия будет линейной функцией координаты  $x$ . А так как электрон отрицательная частица, то его потенциальная энергия будет увеличиваться при перемещении его вдоль электрического поля. Поскольку на расстоянии  $(x_2 - x_1)$  по условию задачи потенциальная энергия электрона падает на 0,5 эВ, то энергетическая диаграмма на этом участке кристалла примет вид, изображенный на рис.6-5. При этом масштабным фактором служит ширина запрещенной зоны кремния, равная  $\sim 1$ эВ.



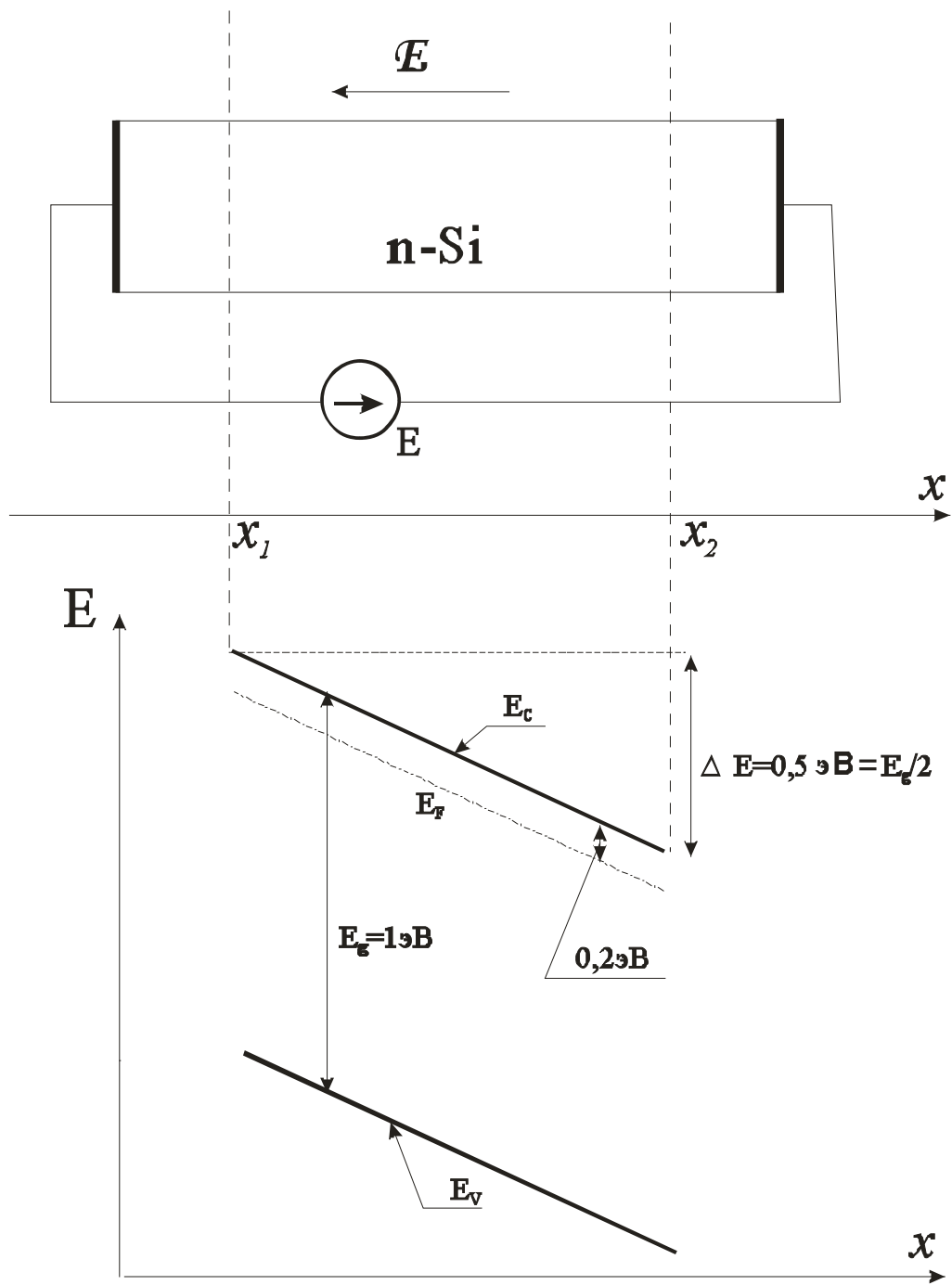


Рис.6-5

**Задача 7 (20 баллов)**

На рисунке 7-1 приведена схема включения условного бездрейфового биполярного  $p-n-p$ - транзистора с коэффициентом передачи тока эмиттера близким к единице.

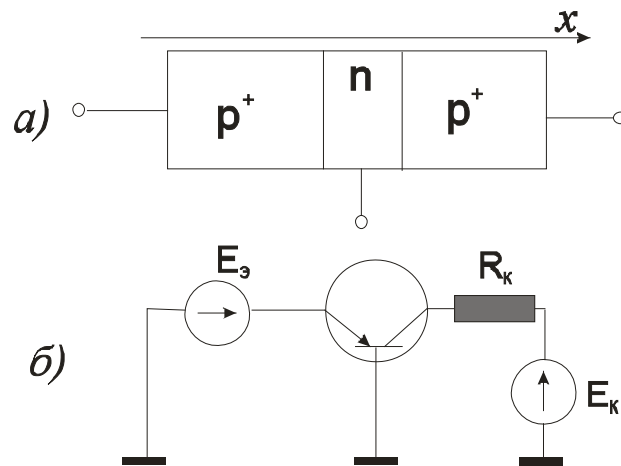
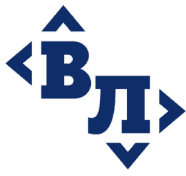


Рис.7-1. а) условная конструкция бездрейфового транзистора, б) схема включения

Требуется:

- Нарисовать (качественно) зависимость концентрации инжектированных дырок по координате  $x$  в базовой области транзистора.
- На этом же графике нарисовать, как изменится это распределение если концентрацию типозадающей примеси в базе уменьшить вдвое при неизменных остальных параметрах конструкции транзистора и схемы включения.
- Как изменится при этом ток коллектора?

**Решение.**

Поскольку транзистор бездрейфовый то это значит базовая область легирована однородно. Соответственно при условии, что коэффициент передачи тока эмиттера практически равен единице, распределение дырок по координате  $x$  в базе транзистора будет иметь вид линейной зависимости, изображенный на рис 7-2а.

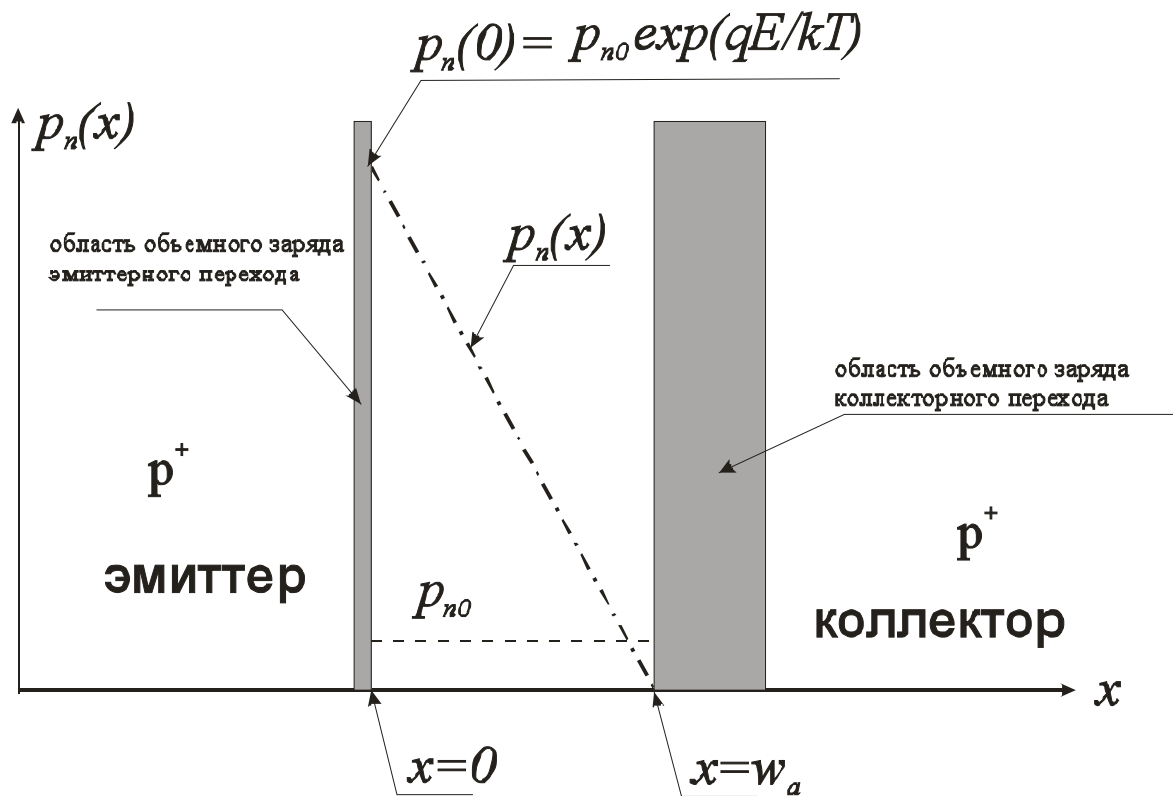
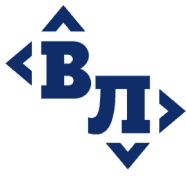


Рис. 7-2. Распределение дырок в активной базе транзистора

Рассмотрим, как изменится эта диаграмма, если концентрацию легирующей примеси в базе уменьшить в двое.

Во-первых, в двое увеличится равновесная концентрация неосновных носителей заряда (т.е. дырок  $p_{n0}$ ) в базе.

Во-вторых, в двое увеличится концентрация инжектированных из эмиттера дырок на границе базы с эмиттерным переходом, согласно граничным условиям для  $p$ - $n$ -перехода:

$$p_n(0) = p_{n0} \exp(qV_{эб}/kT),$$

здесь за 0 координаты  $x$  принята границы базовой области с объемным зарядом эмиттерного перехода (рис.7-2).

В-третьих, увеличится толщина слоя объемного заряда коллекторного перехода за счет базовой области. Что приведет к уменьшению толщины активной базы транзистора.

В следствие этих изменений сравнительная картина распределения дырок в активной базе транзистора будет иметь вид, изображенный на рис. 7-3.

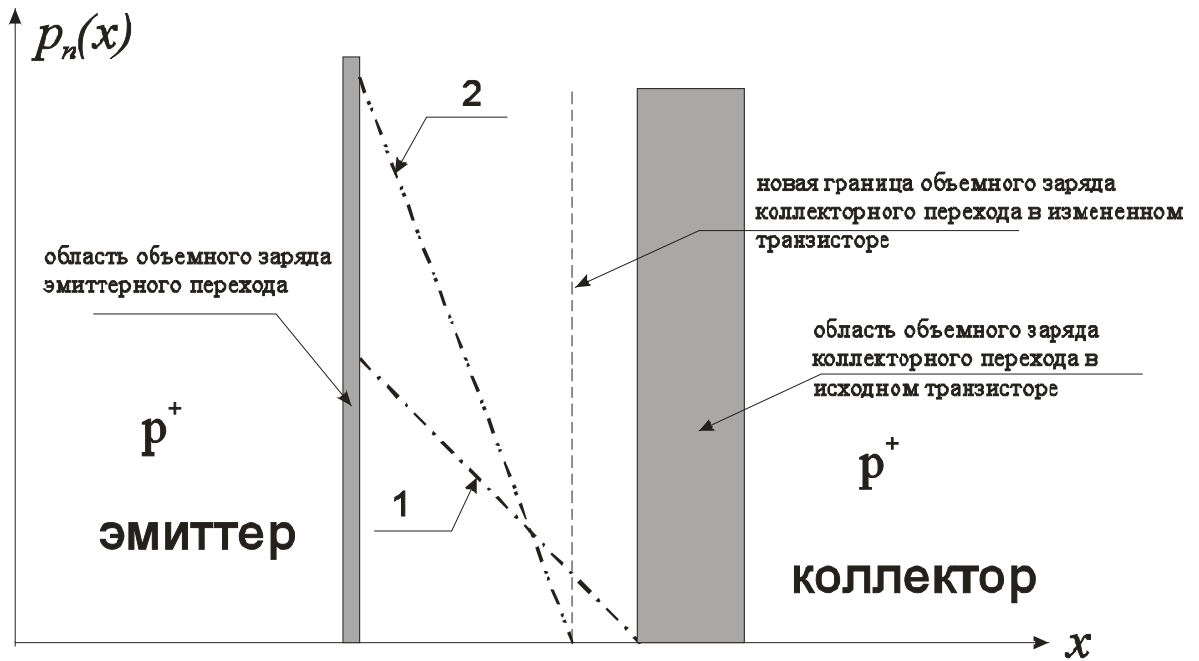
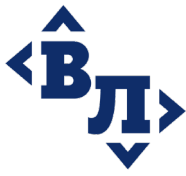


Рис.7-3. Сравнительные зависимости  $p_n(x)$  для первого и второго варианта конструкции транзистора

Как следует из рис.7-3, градиент концентрации дырок в базе увеличится более, чем в двое. А поскольку ток коллектора чисто диффузионный, то соответственно во столько же возрастет и ток коллектора.