

**Решения заданий заключительного этапа
по направлению «Электроника и наноэлектроника»**

Задания по направлению состояли только из инвариантной части. Для того, чтобы претендовать на статусы медалиста, дипломанта I, II, III степени, участникам необходимо набрать наибольшее число баллов за все задания.

Номер задания	Максимальный балл	Учёт в рейтинге по направлению
1	10	✓
2	10	✓
3	10	✓
4	15	✓
5	15	✓
6	20	✓
7	20	✓

Задача 1 (10 баллов)

Конденсаторы одинаковой емкости C соединены по схеме, изображенной на рисунке 1-1.

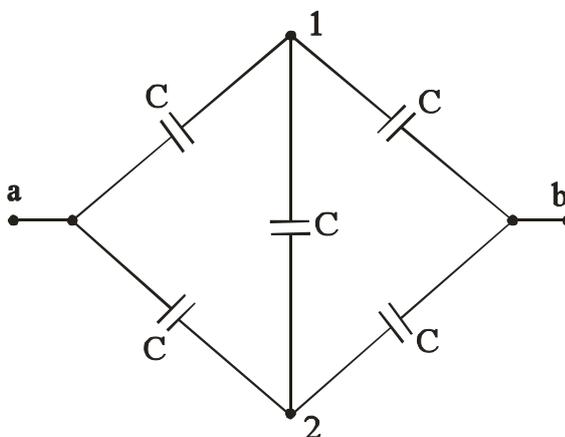


Рис.1-1

Определить емкость системы между точками а и б.
Решение объяснить.

Решение.

Из симметрии схемы следует, что потенциалы узлов 1 и 2 одинаковы и значит диагональный конденсатор ни на что не влияет какого бы номинала он не был. Соответственно исходную схему можно преобразовать к виду: (рис.1-2):

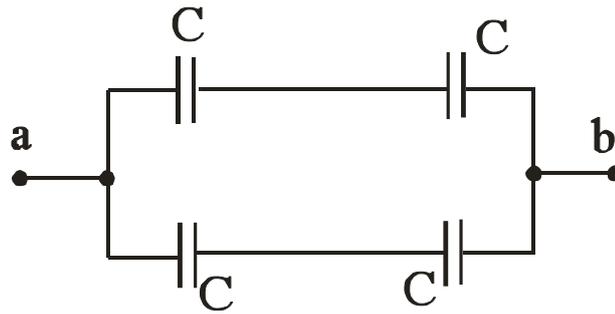


Рис.1-2

Последовательно включенные конденсаторы дают суммарную емкость $C/2$. Соответственно схема сводится к виду, изображенному на рис.1-3:

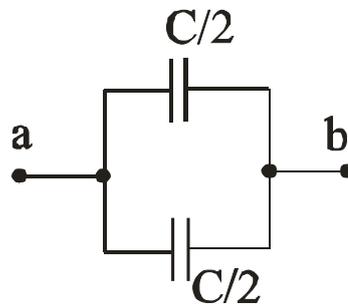


Рис.1-3

При параллельном включении емкости складываются. Соответственно результирующая емкость между точками a и b схемы будет равна C .

Ответ: $C_{\text{экв}} = C$

Задача 2 (10 баллов)

Для схемы, изображенной на рисунке 2-1, определить заряд на емкости.

$R=1 \text{ кОм}$, $C=100 \text{ пФ}$, $E=10\text{В}$.

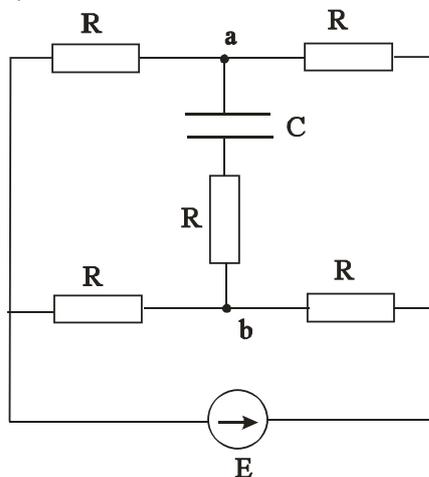


Рис.2-1



Решение.

Ввиду симметрии схемы можно утверждать, что потенциалы точек **a** и **b** одинаковы, т.е. разность потенциалов на емкости равна нулю. Соответственно и заряд на ней равен 0.

Ответ: $Q=0$

Задача 3 (10 баллов)

Имеется две однородно заряженные пластины (см. рис.3-1). На левой и на правой пластине объемная плотность заряда положительная $+ \rho$ [Кл/см³].

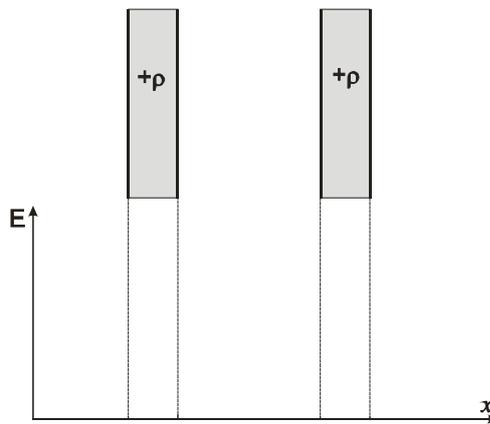


Рис.3-1

Нарисовать зависимость напряженности электрического поля E от координаты x .

Решение.

Очевидно, что поле между пластинами будет отсутствовать, а за пластинами поле будет однородно и направлено в разные стороны. Вблизи внутренних краев пластин поле должно быть равно нулю. Соответственно полная картина зависимости напряженности поля от координаты будет иметь вид, изображенный на рисунке 3-2.

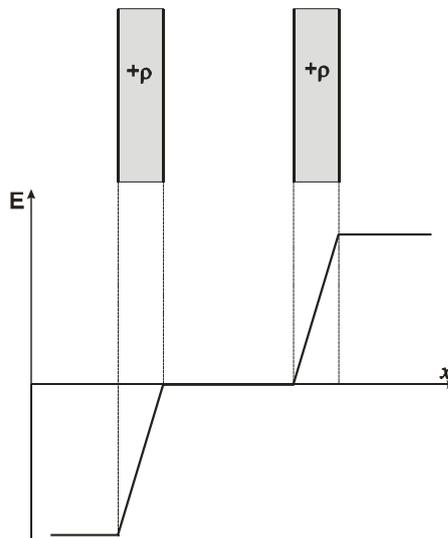


Рис.3-2



Задача №4 (15 баллов).

Дано: два гипотетических полупроводника, энергетические диаграммы которых приведены на рис.4-1. Эффективные массы электронов и дырок в обоих полупроводниках одинаковы и равны друг другу.

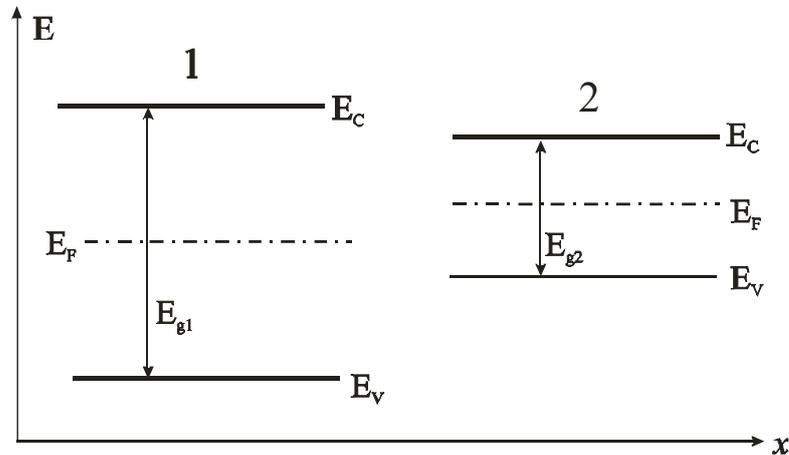


Рис.4-1

Сравнить на одном графике зависимости $\lg(n_0)$ от обратной температуры $(1/T)$. n_0 - равновесная концентрация электронов проводимости.

Решение.

Как видно из рис.4-1 оба полупроводника собственные (не легированные). Это следует из того, что уровень Ферми в обоих полупроводниках расположен по середине запрещенной зоны. Соответственно $n_0 = n_i$, где n_i - собственная концентрация свободных носителей заряда. Собственная же концентрация определяется по формуле:

$$n_i = (N_C N_V)^{1/2} \exp(-E_g/2kT),$$

где N_C и N_V - эффективные плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне соответственно и, по условию задачи равны друг другу и одинаковы для обоих полупроводников. Следовательно отличие в концентрации электронов будет определяться только экспоненциальным множителем. Таким образом

$$\lg(n_i) \sim - (E_g/2k) (1/T).$$

Т.е. логарифм концентрации n_i будет линейной функцией обратной температуры кристалла (рис.4-2). А угловым коэффициентом этой линейной зависимости пропорционален E_g , т.е. ширине запрещенной зоны полупроводника. Соответственно, для более широкозонного материала угол наклона линейной зависимости $\lg(n_0)=f(1/T)$ будет больше, чем для узкозонного.

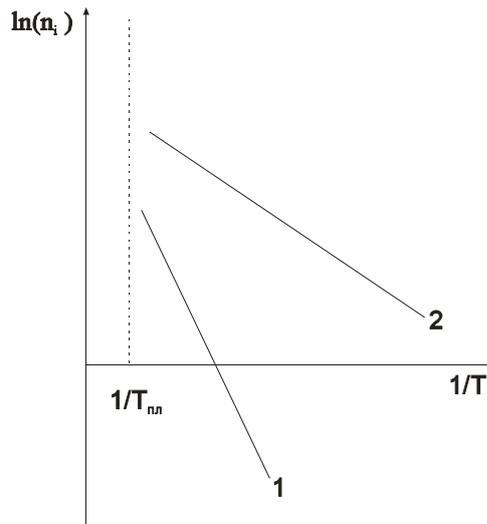


Рис. 4-2 ($T_{пл}$ – температура плавления кристаллов)

Принципиально важно, чтобы эти линейные зависимости нигде не пересекались, т.к. при любой температуре концентрация свободных электронов в узкозонном полупроводнике будет всегда больше, чем в широкозонном.

Задача №5 (15 баллов).

Имеются 2 резких (ступенчатых) кремниевых p^+ - n перехода

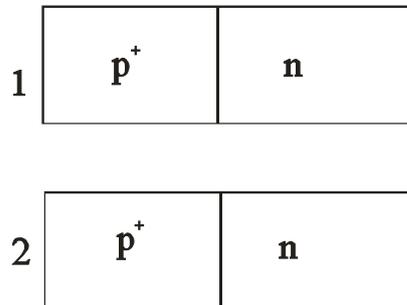


Рис.5-1

Базовая область первого перехода легирована в два раза сильнее чем второго. Сравнить эпюры плотности объемного заряда (на одном графике) и напряженности электрического поля (на другом графике) для базовых областей этих переходов для равновесного состояния. Ответ объяснить.

Решение.

Как следует из условия задачи, оба перехода имеют слаболегированную n -область, которая и является базовой. Из теории p - n -перехода следует, что зона объемного заряда в основном простирается в базовую область перехода, т.е. в n -область. В рамках приближения «объемного заряда» толщина слоя объемного заряда обратно пропорциональна корню квадратному от концентрации



легирующей примеси в базе диода, т.е. в n -области. Поскольку концентрация доноров в базе первого диода в 2 раза больше, чем второго, то и толщина слоя объёмного заряда у второго перехода будет больше, чем у первого в $\sqrt{2}$ раз. Соответственно эпюры плотности объёмного заряда будут выглядеть как изображено на рис. 5-2.

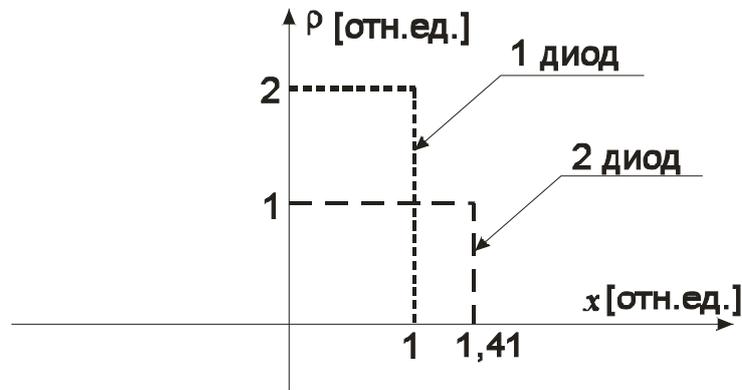


Рис. 5-2. Сравнительные эпюры плотности объёмного заряда в базовой области перехода.

Напряженность электрического поля в базовой области объёмного заряда резкого перехода описывается выражением:

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0} N_D (d_n - x)$$

Соответственно сравнительные эпюры напряженности контактного электрического поля для базовых областей переходов будут иметь вид, изображенный на рис.5-3.

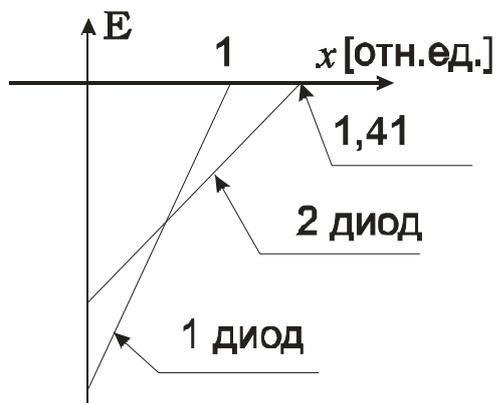


Рис. 5-3. Сравнительные эпюры напряженности электрического поля в базовых областях переходов



Задача 6 (20 баллов)

Имеется образец из электронного кремния в форме прямоугольного параллелепипеда, на торцы которого нанесены омические контакты, к которым подключена батарея (рис.6-1).

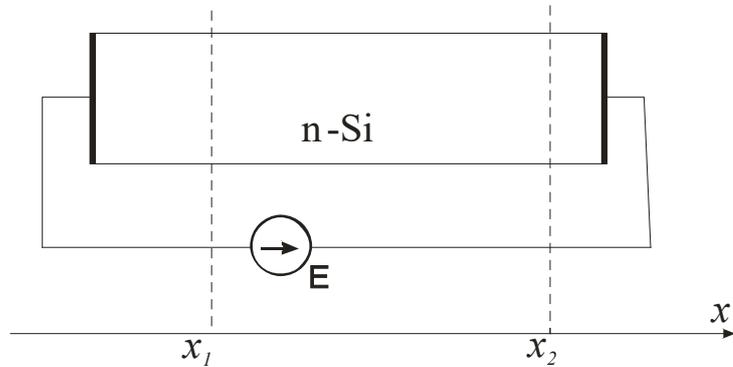


Рис.6-1.

Равновесная энергетическая диаграмма образца приведена на рис. 6-2.

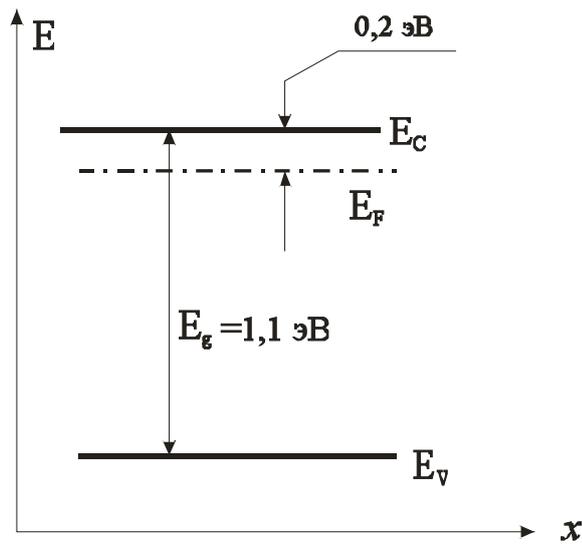


Рис.6-2

Значение энергии Ферми E_F в образце равно $(E_c - 0,2)$ эВ.

К образцу подключен источник питания E (рис.6-3). На участке образца, отмеченного пунктирными линиями, падает напряжение 0,5 вольт.

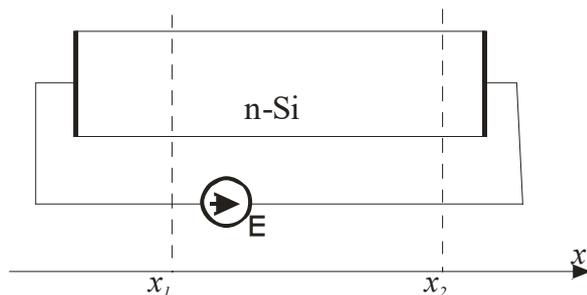


Рис.6-3



Нарисовать с соблюдением масштаба энергетическую диаграмму этого образца на отрезке $(x_1 - x_2)$.

Ответ обосновать.

Решение.

Как известно, дисперсионная зависимость для электронов (зависимость полной энергии электрона проводимости E от волнового числа k) имеет вид квадратичной параболы (рис.6-4).

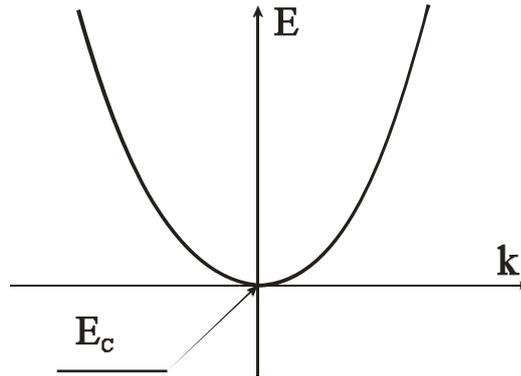


Рис.6-4.

Соответственно групповая скорость этих электронов определяется соотношением $V_{гр} = (1/\hbar) (dE/dk)$. Следовательно, на дне зоны проводимости $V_{гр} = 0$. Значит и кинетическая энергия электрона на дне зоны проводимости равна 0. Таким образом энергия E_c - это чисто потенциальная энергия электрона в зоне проводимости (см. рис 6-2 в задании). Аналогично, E_v - это чисто потенциальная энергия на потолке валентной зоны. И в отсутствие электрического поля внутри кристалла потенциальная энергия электронов и в зоне проводимости и в валентной зоне не зависит от пространственной координаты x , что и отображено на энергетической диаграмме кристалла (рис. 6-2 в задании) горизонтальными линиями.

Если же в кристалле появляется электрическое поле \mathcal{E} , создаваемое внешним источником ЭДС, то потенциальная энергия электронов, равная $E = (q \cdot \mathcal{E} \cdot x)$ начнет зависеть от координаты x . И если поле однородно ($\mathcal{E} = \text{const}$), то потенциальная энергия будет линейной функцией координаты x . А так как электрон отрицательная частица, то его потенциальная энергия будет увеличиваться при перемещении его вдоль электрического поля. Поскольку на расстоянии $(x_2 - x_1)$ по условию задачи потенциальная энергия электрона падает на 0,5 эВ, то энергетическая диаграмма на этом участке кристалла примет вид, изображенный на рис.6-5. При этом масштабным фактором служит ширина запрещенной зоны кремния, равная ~ 1 эВ.

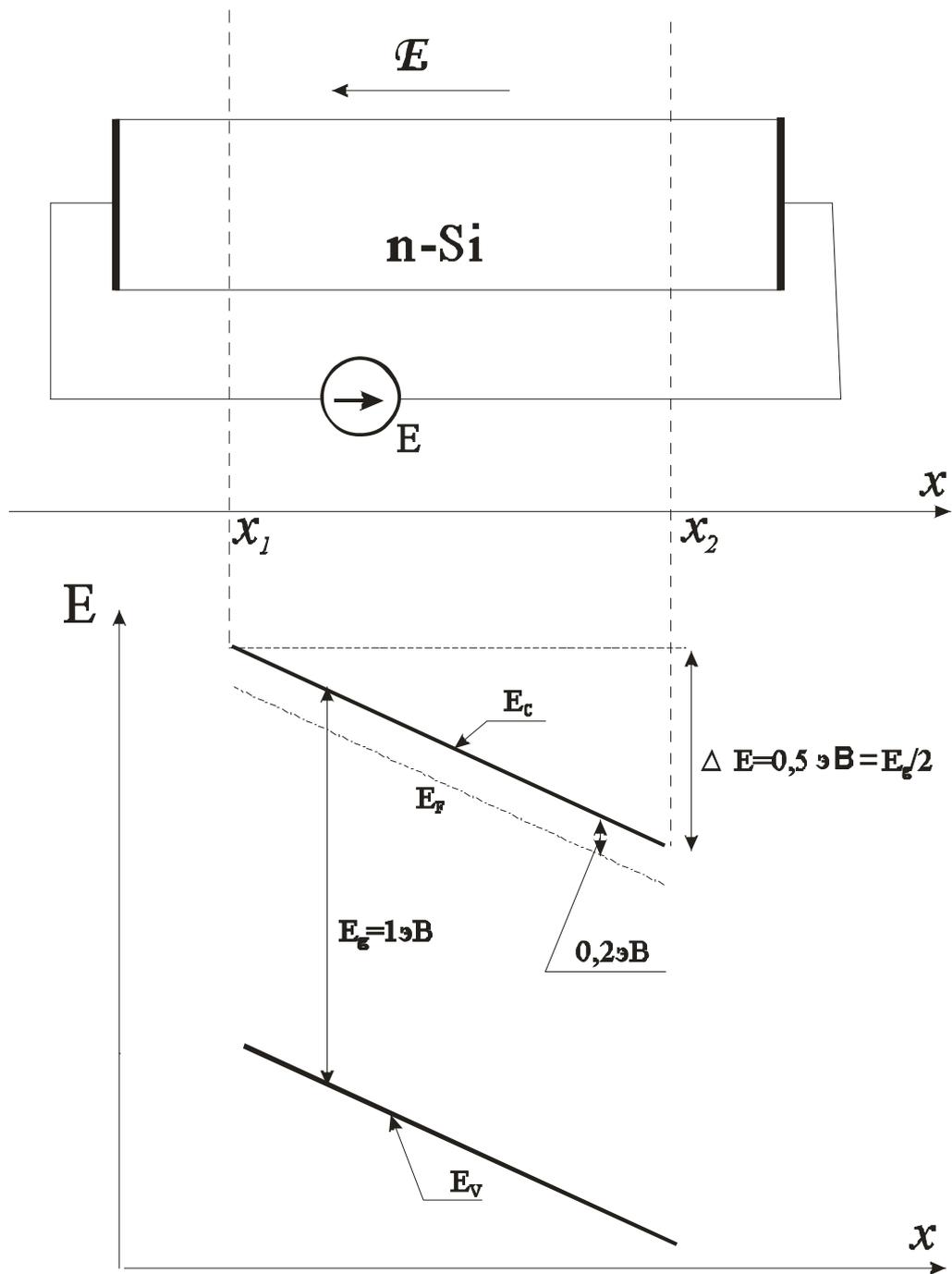


Рис.6-5

Задача 7 (20 баллов)

На рисунке 7-1 приведена схема включения условного бездрейфового биполярного $p-n-p$ - транзистора с коэффициентом передачи тока эмиттера близким к единице.

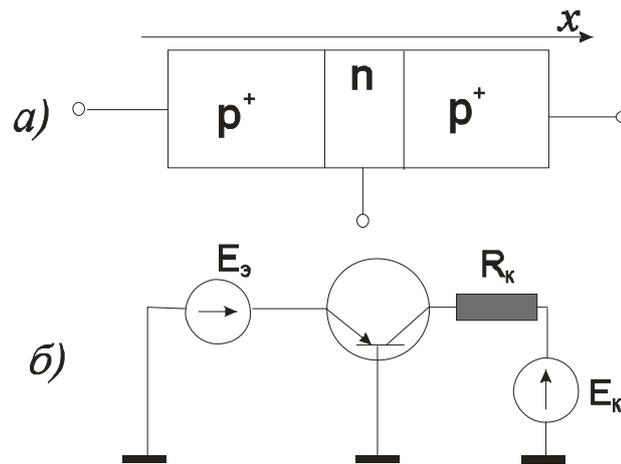


Рис.7-1. а) условная конструкция бездрейфового транзистора, б) схема включения

Требуется:

- Нарисовать (качественно) зависимость концентрации инжектированных дырок по координате x в базовой области транзистора.
- На этом же графике нарисовать, как изменится это распределение если концентрацию типозадающей примеси в базе уменьшить вдвое при неизменных остальных параметрах конструкции транзистора и схемы включения.
- Как изменится при этом ток коллектора?

Решение.

Поскольку транзистор бездрейфовый то это значит базовая область легирована однородно. Соответственно при условии, что коэффициент передачи тока эмиттера практически равен единице, распределение дырок по координате x в базе транзистора будет иметь вид линейной зависимости, изображенный на рис 7-2а.

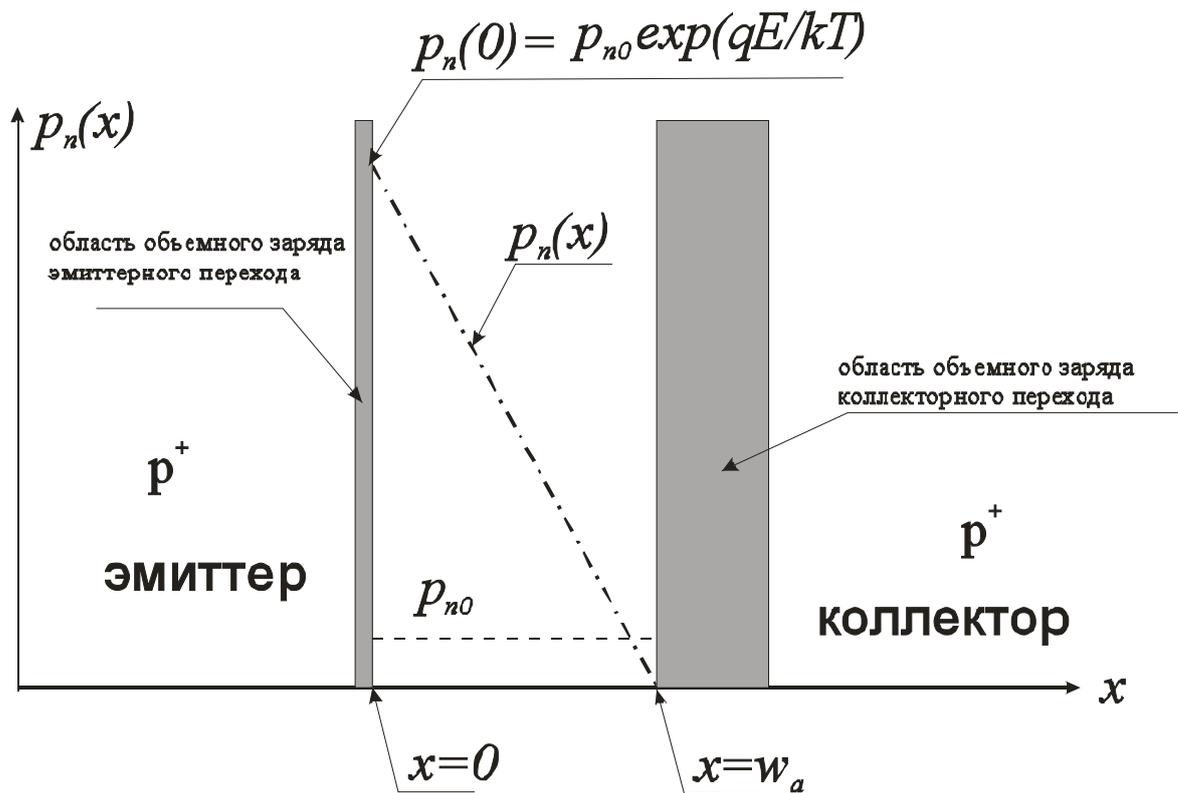


Рис. 7-2. Распределение дырок в активной базе транзистора

Рассмотрим, как изменится эта диаграмма, если концентрацию легирующей примеси в базе уменьшить в двое.

Во-первых, в двое увеличится равновесная концентрация неосновных носителей заряда (т.е. дырок p_{n0}) в базе.

Во-вторых, в двое увеличится концентрация инжектированных из эмиттера дырок на границе базы с эмиттерным переходом, согласно граничным условиям для p - n -перехода:

$$p_n(0) = p_{n0} \exp(qV_{эб}/kT),$$

здесь за 0 координаты x принята границы базовой области с объемным зарядом эмиттерного перехода (рис.7-2).

В-третьих, увеличится толщина слоя объемного заряда коллекторного перехода за счет базовой области. Что приведет к уменьшению толщины активной базы транзистора.

В следствие этих изменений сравнительная картина распределения дырок в активной базе транзистора будет иметь вид, изображенный на рис. 7-3.

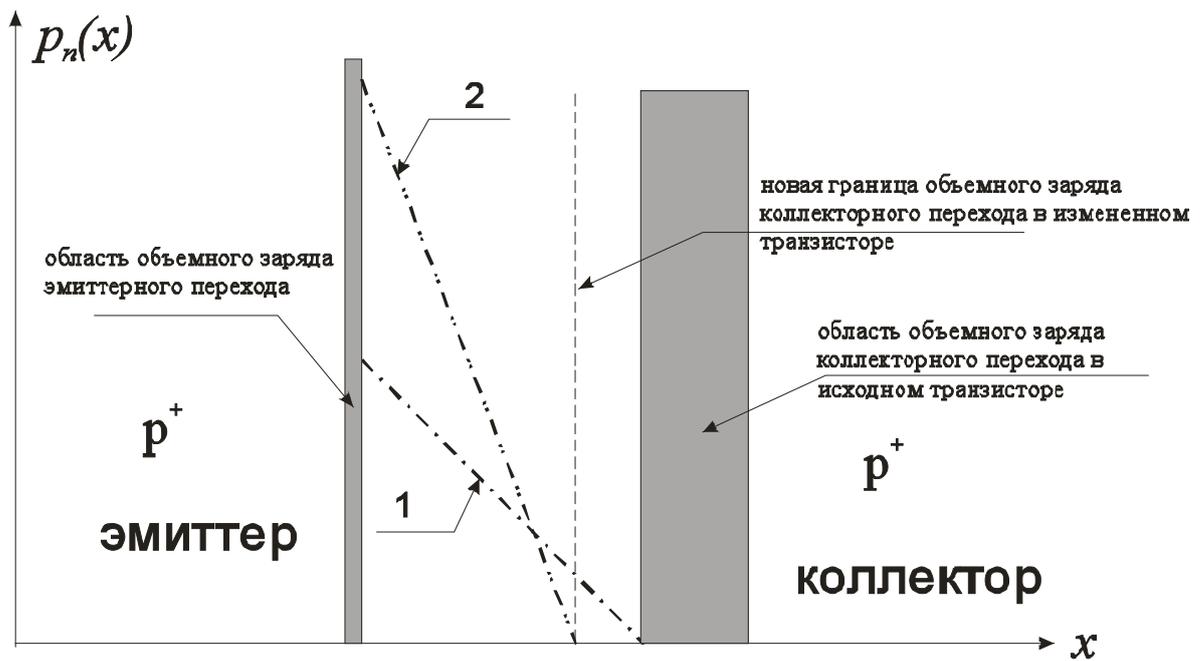


Рис.7-3. Сравнительные зависимости $p_n(x)$ для первого и второго варианта конструкции транзистора

Как следует из рис.7-3, градиент концентрации дырок в базе увеличится более, чем в двое. А поскольку ток коллектора чисто диффузионный, то соответственно во столько же возрастет и ток коллектора.