



**Высшая  
проба**  
ВСЕРОССИЙСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

**ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА**

Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»  
по профилю «Математика» для 9 класса

2024/2025 уч. г.



**ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ**  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Вопрос 1**

Балл: 9,00

Карлсону на день рождения подарили большую банку малинового варенья. В течение 99 дней он ел варенье по следующему правилу: для всех  $k = 1, 2, \dots, 99$  в  $k$ -й день Карлсон ел  $\frac{1}{k+1}$  от текущего остатка (в первый день он съел половину всего варенья, во второй —  $\frac{1}{3}$  от остатка, и т.д.). Какая часть от изначального объёма варенья осталась у Карлсона через 99 дней?

Ответ:

Правильный ответ: 0,01

**Вопрос 2**

Балл: 10,00

Найдите наибольшее десятизначное число, состоящее из различных цифр, у которого разность между любыми двумя соседними цифрами не меньше 3.

Ответ:

Правильный ответ: 9638527140

**Вопрос 3**

Балл: 11,00

Назовём дробь  $\frac{a}{b}$  красивой, если  $a$  и  $b$  — натуральные числа, сумма которых равна 15 (дробь может быть сократимой). Сколько существует натуральных чисел, представимых в виде суммы двух (не обязательно различных) красивых дробей?

Ответ:

Правильный ответ: 11

**Вопрос 4**

## Matematika-9-klass-demo

Балл: 12,00

Дан квадрат  $ABCD$ . На плоскости отметили такую точку  $X$ , что  $AH = AB$  и  $\angle ADX = 13^\circ$ . Сколько градусов может составлять угол  $BXA$ ? Укажите все возможные варианты.

Если вариантов несколько, укажите их через точку с запятой (без пробелов) в порядке возрастания.

Например, если ответами являются 30 и  $\frac{45}{2}$ , то нужно указать 22,5;30.

Ответ:

Правильный ответ: 32;58

### Вопрос 5

Балл: 13,00

На футбольной трибуне кресла стоят в виде прямоугольника, всего мест меньше 2022. После матча некоторые кресла сломались, причём всего сломанными оказались  $\frac{1}{99}$  всех кресел. При этом не менее чем в 44% горизонтальных рядов и не менее чем в 44% вертикальных рядов что-то сломалось. Сколько всего кресел на трибуне?

Ответ:

Правильный ответ: 1980

### Вопрос 6

Балл: 14,00

В множестве  $X$  содержится  $1 \leq n \leq 20$  различных действительных чисел, все они отличны от 0 или 1.

Известно, что если  $x \in X$ , то  $\frac{1}{x} \in X$  и  $1 - x \in X$ . Чему может быть равно  $n$ ? Укажите все возможные варианты.

Если вариантов несколько, укажите их через точку с запятой (без пробелов) в порядке возрастания.

Например, если ответами являются все числа от 1 до 5, то нужно указать 1;2;3;4;5.

Ответ:

Правильный ответ: 3;6;9;12;15;18

### Вопрос 7

Балл: 15,00

Петя разделил большой прямоугольник 99 вертикальными и 99 горизонтальными прямыми на 10 000 прямоугольников, площади которых неизвестны. За один вопрос можно узнать у Пети значение площади любого из этих 10 000 прямоугольников. За какое наименьшее количество вопросов

## Matematika-9-klass-demo

получится гарантированно узнать площадь большого прямоугольника?

Ответ:

Правильный ответ: 199

### Вопрос 8

Балл: 16,00

Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $\angle C = 20^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ . Точки  $D$  и  $E$  на сторонах  $BC$  и  $AC$  соответственно таковы, что  $AC = CD$ ,  $CE = BD$ . Сколько градусов составляет угол  $BEC$ ?

Ответ:

Правильный ответ: 150