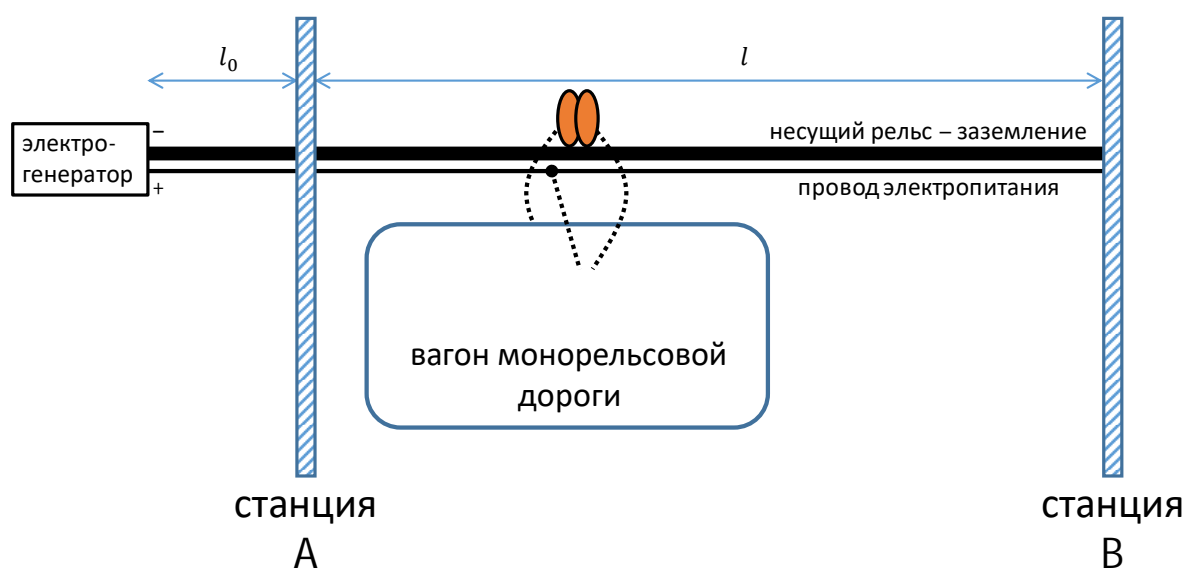


(Максимальное количество баллов – 100)

**Задача 1 (Максимум – 25 баллов).**

По монорельсу протяжённостью  $l = 5000$  м от станции А до станции В с постоянной скоростью 20 км/ч практически без трения движется вагон массой  $m = 2$  т. Вагон приводится в движение за счёт электрогенератора постоянного тока с напряжением 1200 В, расположенного на удалении  $l_0 = 100$  м от точки А. Питание от генератора подводится по проводу с удельным сопротивлением  $\rho = 1,68 \cdot 10^{-8}$  Ом·м и площадью поперечного сечения  $S_c = 1$  см<sup>2</sup>. Несущий рельс одновременно является заземляющим, электрическое сопротивление рельса и вагона много меньше сопротивления провода.



**Вопросы:**

1. В каких пределах меняется сопротивление цепи, подключённой к генератору, при движении вагона от станции А до станции В?
2. Какова средняя мощность генератора при движении от А до В?
3. Какое количество теплоты выделится во всей цепи в процессе движения от А до В?

Нахождение каждого ответа должно сопровождаться подробной аргументацией. Участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

**Решение:**

**Вопрос 1**

- 1) Электрическая схема замещения цепи имеет вид:

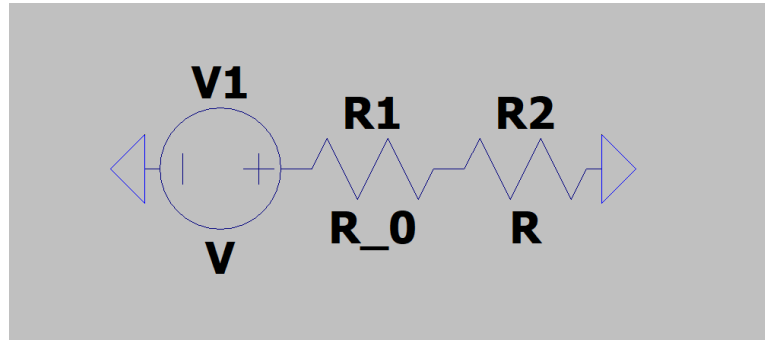


Рис. 2. Электрическая цепь из задачи.

Она включает в себя 2 сопротивления:  $R_0$  и  $R$ , где  $R_0$  – сопротивление провода от генератора до точки А (длиной  $l_0$ ), а  $R$  – сопротивление провода от точки А до вагона (которое при движении вагона меняется).

2) Наименьшее значение сопротивления цепи, подключённой к генератору, равно

$$\min R_{\text{ц}} = R_0 = \frac{\rho l_0}{S_c}$$

3) Наибольшее значение сопротивления цепи, подключённой к генератору, равно

$$\max R_{\text{ц}} = \frac{\rho(l + l_0)}{S_c};$$

**Вопрос 2**

4) Среднее значение сопротивления цепи равно

$$R_{\text{ср}} = \frac{\rho}{S_c} \left( l_0 + \frac{l}{2} \right)$$

5) Тогда мощность генератора:

$$P = \frac{U^2}{R_{\text{ср}}};$$

**Вопрос 3**

6) Время пути из А в В:

$$t = \frac{l}{v}$$

7) Количество теплоты, выделившееся в пути, равно работе силы тока:

$$A = Pt,$$

**Ответ:**

- 1) от 0,017 до 0,86 Ом,
- 2) 3,3 МВт,
- 3) 3 ГДж

**Программная проверка:**

l=5000;  
 v=5.56;  
 m=2000;  
 U=1200;  
 l0=100;  
 rho=1.68e-8;  
 Sc=1e-4;

$$\min R = \rho * l_0 / S_c$$

$$\max R = \rho \cdot (1 + l_0) / S_c$$

$$R_{\text{mean}} = \rho / S_c \cdot (10 + l/2)$$

$$P = U^2 / R_{\text{mean}}$$

$$t = l/v$$

$$A = P \cdot t$$

$$\min R = 0.016800$$

$$\max R = 0.8568$$

$$R_{\text{mean}} = 0.4368$$

$$P = 3.2967e+06$$

$$t = 899.28$$

$$A = 2.9647e+09$$

**Критерии оценки по каждому вопросу задания:**

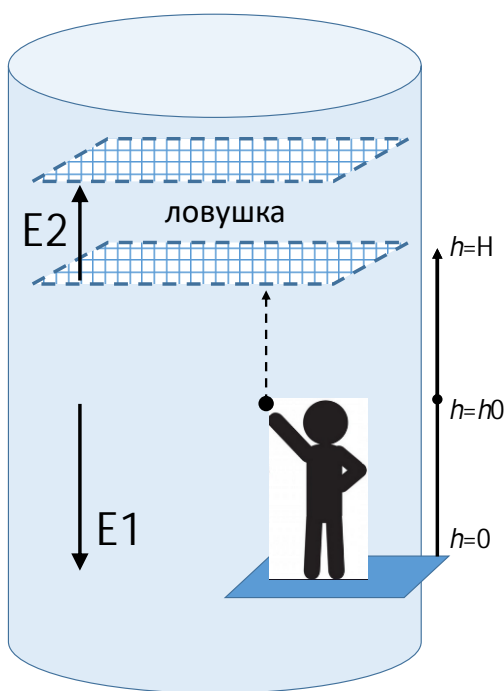
задание не выполнено.	0
приведены формулы, необходимые для решения, но решение не выполнено.	1-3
принцип решения верен, но допущены ошибки.	4-5
алгоритм решения верен, но результат получен неверно.	6-7
решение полностью верно.	8
Решены все вопросы в задании	1

**Задача 2 (Максимум – 25 баллов).**

В свой выходной день группа ребят пришла поиграть в «электродинамической трубе», внутри которой создано равномерное электрическое поле напряжённости  $E_1 = 10 \text{ В/м}$  с линиями поля, направленными вертикально вниз. В верхней части трубы на высоте  $H = 5 \text{ м}$  сделана «ловушка» – область с полем  $E_2 \gg E_1$ , линии которого направлены вертикально вверх.

Для игры используются гладкие заряженные шарики (массы  $m = 5 \text{ г}$  и заряда  $q = 7 \text{ нКл}$ ). Цель игры состоит в том, чтобы подброшенный шарик застрял в ловушке.

Один из игроков взял один шарик и подбросил его вверх с высоты  $h_0 = 1 \text{ м}$  с начальной вертикальной скоростью  $v_0 = 3 \text{ м/с}$ , но до ловушки не добросил.

**Вопросы:**

1. Найдите минимальную начальную скорость шарика  $v_{min}$ , достаточную, чтобы шарик долетел от уровня  $h_0$  до границы ловушки.
2. Найдите напряжённость электрического поля  $E_2$ , при которой заряд, достигнув высоты  $H$ , зависнет в ловушке.

Нахождение каждого ответа должно сопровождаться подробной аргументацией. Участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

**Решение:**

Вопрос 1:

1) Закон сохранения энергии:

$$E_{к1} + E_{п1} + E_{э1} = E_{к2} + E_{п2} + E_{э2},$$

$$\frac{mv_{min}^2}{2} + mgh_0 + E_1qh_0 = \frac{mv^2}{2} + mg(H - h_0) + E_1q(H - h_0),$$

2) при  $h_0 = 0$  внизу и  $v = 0$  вверху получаем:

$$\frac{mv_{min}^2}{2} = mg(H - h_0) + E_1q(H - h_0),$$

$$v_{min} = \sqrt{2g(H - h_0) + \frac{2E_1q(H - h_0)}{m}};$$

Вопрос 2:

3) 1-й закон Ньютона:



$$\vec{F}_K + \vec{F}_T = 0,$$

$$Oy: F_K - F_T = 0,$$

$$F_K = F_T,$$

$$E_2q = mg,$$

$$E_2 = \frac{mg}{q};$$

**Программная проверка:**

E1=10;  
H=5;  
h0=1;  
m=5e-3;  
q=7e-9;  
v0=1;  
g=9.8

$$V\_min = \text{sqrt}(2 * g * (H-h0) + 2 * E1 * q * (H-h0) / m)$$

$$E2 = m * g / q$$

Vmin = 8.8544  
E2 = 7000000

**Ответ:**

- 1) 8,9 м/с,
- 2) 7 МВ/м

**Критерии оценки***по вопросу 1:*

задание не выполнено.	0
приведены формулы, необходимые для решения, но решение не выполнено.	1–4
принцип решения верен, но допущены ошибки.	5–9
алгоритм решения верен, но результат получен неверно.	10–12
решение полностью верно.	13

*по вопросу 2:*

задание не выполнено.	0
приведены формулы, необходимые для решения, но решение не выполнено.	1–4
принцип решения верен, но допущены ошибки.	5–8
алгоритм решения верен, но результат получен неверно.	8–11
решение полностью верно.	12

**Задача 3 (Максимум – 25 баллов).**

В альтернативной неоднозначной реальности Фибоначчиева система счисления стала основной. В этой реальности Фибоначчиева система счисления (ФСС) — это позиционная система счисления с алфавитом, состоящим из двух цифр: 0 и 1, а ее базисом является последовательность чисел Фибоначчи 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... ( $f_0 = 0$  и  $f_1 = 1$  в базис не включаются, стартовым числом базиса является  $f_2 = 1$ ).

В ФСС, как и во всех позиционных системах счисления, «вес» каждого разряда определяется соответствующим элементом базиса этой системы. Например,  $10011_{\text{fib}} = 1 \times 8 + 0 \times 5 + 0 \times 3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11_{10}$ .

Представители альтернативной реальности не наложили дополнительных ограничений на ФСС, поэтому представление чисел в такой системе счисления оказывается неоднозначным.

Ученые исследуют особый артефакт, полученный из альтернативной неоднозначной реальности, позволяющий производить сложные вычисления в ФСС. Им необходимо ответить на следующие вопросы:

1. Ученым необходимо понять алгоритм простых арифметических операций внутри артефакта. Для проведения простого эксперимента ученые складывают два значения  $30_{10}$  и  $3_{10}$ . Сколько различных вариантов пар чисел, над которыми производится операция сложения, существует при сложении в ФСС?
2. Ученые пытаются найти закономерности между полученными числами. Для расширения статистики найдите все возможные значения числа  $40_{10}$  в используемой ФСС.
3. Судя по всему, сумма всех возможных представлений чисел в этой ФСС, которые меньше  $1000_{\text{fib}}$ , имеет какое-то сакральное значение для жителей альтернативной неоднозначной реальности. Каково представление этой суммы в десятичной системе счисления?

Нахождение каждого ответа должно сопровождаться подробной аргументацией. Участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

**Решение.**

1. Для каждого числа необходимо найти значения в ФСС. Поскольку ФСС обладает избыточностью (неоднозначностью, т.е. одно и то же число может быть представлено несколькими комбинациями нулей и единиц) значений для данных чисел может быть несколько.

Для  $30_{10}$

Вес разряда в ФСС	21	13	8	5	3	2	1
	1	0	1	0	0	0	1
	1	0	0	1	1	0	1
	0	1	1	1	1	0	1

Для  $3_{10}$

Вес разряда в ФСС	3	2	1
	1	0	0
	0	1	1

Таким образом, для числа  $30_{10}$  имеем 3 возможных значения, для  $3_{10}$  имеем 2 возможных значения. Поскольку проводится операция сложения, она представляет из себя комбинации всех возможных значений  $3 \cdot 2 = 6$ .

2. Найдем все представления числа  $40_{10}$  в ФСС:

Вес разряда в ФСС	34	21	13	8	5	3	2	1
	1	0	0	0	1	0	0	1
	1	0	0	0	0	1	1	1
	0	1	1	0	1	0	0	1
	0	1	1	0	0	1	1	1
	0	1	0	1	1	1	1	1

3. Одно из возможных решений, которое является частично верным, возникает в случае, если участник решил, что  $1000_{\text{fib}}$  нужно сначала перевести в десятичную систему счисления и затем сделать все операции. Это не совсем верно, т.к. в условии указано: сумма всех возможных представлений чисел **в этой ФСС**, которые меньше  $1000_{\text{fib}}$ . В таком случае решение участника должно быть следующим: Все возможные представления чисел в ФСС менее  $1000_{\text{fib}}$  это  $11_{\text{fib}}$ ,  $100_{\text{fib}}$ ,  $10_{\text{fib}}$ ,  $1_{\text{fib}}$  и  $101_{\text{fib}}$ . Если перевести все эти значения в десятичную систему счисления и произвести сложение, получим  $4+3+3+2+1 = 13$ .

Верное решение: Числа в ФСС, которые меньше  $1000_{\text{fib}}$  – это  $111_{\text{fib}}$ ,  $110_{\text{fib}}$ ,  $101_{\text{fib}}$ ,  $100_{\text{fib}}$ ,  $11_{\text{fib}}$ ,  $10_{\text{fib}}$ ,  $1_{\text{fib}}$ . При переводе данных чисел в десятичную систему счисления получаем следующую сумму:  $6 + 5 + 4 + 3 + 3 + 2 + 1 = 24$



**Критерии оценивания**

Для каждого задания:

0 – задание не выполнено.

1-3 – приведены формулы, необходимые для решения, но решение не выполнено.

4-5 – принцип решения верен, но допущены ошибки или отсутствует аргументация (логические ошибки, ошибки влияющие на ход решения)

6-7 – алгоритм решения верен, но результат получен неверно (незначительные ошибки в вычислениях, незначительные недостатки в аргументации)

8 – решение полностью верно.

+1 балл за все полностью решенные вопросы

**Задача 4 (Максимум – 25 баллов).**

По бокам священных ворот стоят два механических оракула. Чтобы пройти сквозь врата, нужно назвать натуральное число  $x$ . Если это число обратит в истину логическую функцию, заложенную хотя бы в одного из оракулов, то число попадёт в программу-контролёр, которая примет решение, открыть ли врата.

На стенах за оракулами и контролёром нарисованы письма, отвечающие логическим функциям. Вам удалось срисовать их. На рисунках отмечены вход (начало) и выход (конец) логических функций.

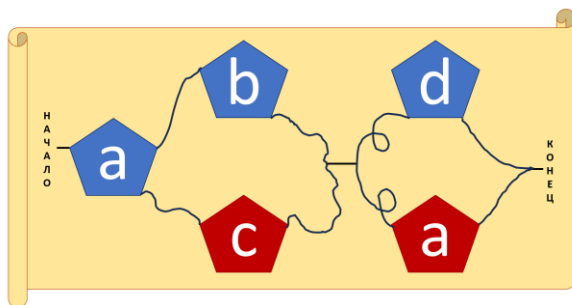


Рис.1. Левый Оракул

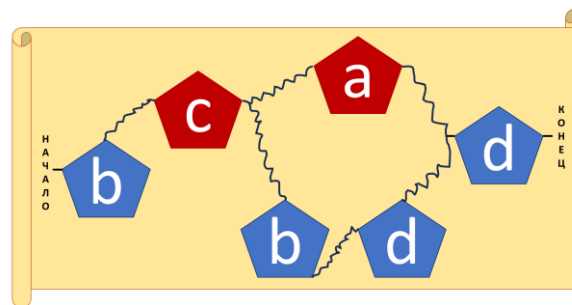


Рис.2. Правый Оракул

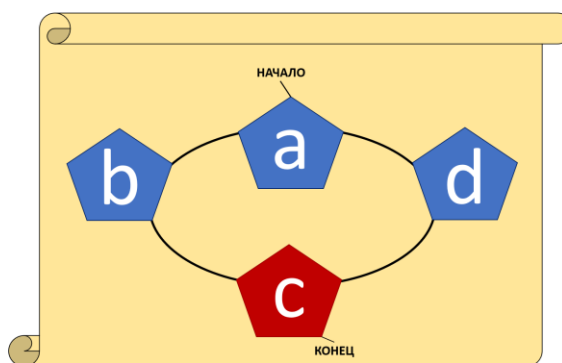


Рис.3. Контроллер

**Условные обозначения:**

$a = \{x \text{ кратно } 11\}$

$b = \{x - \text{трёхзначное число в } 11\text{-ричной системе счисления}\}$

$c = \{x < 100\}$

$d = \{x - \text{нечётное}\}$

Красный блок означает, что условие не должно выполняться.

**Вопросы:**

1. Какое минимальное число откроет ворота?
2. Сколько чисел в интервале (315, 430) откроют ворота? Укажите их количество и перечислите их.
3. С какой вероятностью наугад выбранное трёхзначное число откроет ворота? (округлите арифметически до тысячных).

Нахождение каждого ответа должно сопровождаться подробной аргументацией. Участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

**Решение:**

Будем обозначать отрицание с помощью символа “!”

1) Запишем и упростим логические функции указанных систем

$$\begin{aligned} \text{ЛО} &= a(b + !c)(d + !a) = abd + a!cd + ab!a + a!c!a = abd + a!cd \\ &= ad(b + !c) \end{aligned}$$

$$\text{ПО} = b!c(!a + bd)d = b!c!ad + b!cbdd = b!c!ad + b!cd = b!cd(a + 1) = b!cd$$

$$\text{К} = a(b + d)!c = a!c(b + d)$$

2) По условию задачи, если хотя бы одно из выражений ЛО и ПО истина, то финальная функция будет истинной при К – истина, т.е.

$$(\text{ЛО} + \text{ПО}) \cdot \text{К} = (ad(b + !c) + b!cd) \cdot a!c(b + d) = a!cd(ab + a!c + b!c)(b + d)$$

3) Это выражение обращается в истину, если каждый множитель истинный. Начнём с рассмотрения первого блока  $a!cd = 1$ , если  $a = 1, c = 0, d = 1$ . Подставим эти значения в другие множители

$$ab + a!c + b!c = 1 \cdot b + 1 \cdot 1 + b \cdot 1 = 1$$

$$b + d = b + 1 = 1$$

Раз все множители обратились в истину, то логическая формула будет истинной. Значит подойдет любое число, для которого  $a = 1, c = 0, d = 1$ , то есть кратное 11, большее или равное 100 и нечётное.

4) Число  $x$  будет кратным 11, если оно представимо в виде  $x = 11t$ .

Чтобы число было нечётным, нужно, чтобы ни один из его множителей не было чётным, т.е.  $t = 2k - 1, x(k) = 11(2k - 1) = 22k - 11$ , для любого  $k \in \mathbb{N}$ .

Чтобы число было больше или равно 100, надо

$$100 \leq x(k) = 22k - 11, \quad 111 \leq 22k, \quad k \geq 11/2, \quad 6 \leq k \in \mathbb{N}$$

5) Самое маленькое число  $x$  получится при минимальном значении параметра

$$k = 6, \quad x(6) = 22 \cdot 6 - 11 = 121$$

6) Для нахождения чисел из интервала прибегнем к неравенству

$$315 < x(k) = 22k - 11 < 430, \quad \frac{326}{22} < k < \frac{441}{22}, \quad 14\frac{9}{11} < k < 20\frac{1}{22}$$

Значит, подходят 6 чисел при значениях параметра 15, 16, 17, 18, 19, 20:

$$k = 15, \quad x(15) = 22 \cdot 15 - 11 = 319, \quad k = 18, \\ x(18) = 22 \cdot 18 - 11 = 385,$$

$$k = 16, \quad x(16) = 22 \cdot 16 - 11 = 341, \quad k = 19, \\ x(19) = 22 \cdot 19 - 11 = 407,$$

$$k = 17, \quad x(17) = 22 \cdot 17 - 11 = 363, \quad k = 20, \\ x(20) = 22 \cdot 20 - 11 = 429.$$

7) Для определения вероятности нужно определить количество трёхзначных  $x(k)$ , удовлетворяющих условию. Прибегнем к неравенству

$$99 < x(k) = 22k - 11 < 1000, \quad \frac{110}{22} < k < \frac{1011}{22}, \quad 5 < k < 45 \frac{21}{22}.$$

Значит подойдут все параметры от 6 до 45 включительно, их количество:

$$N_{\text{благ}} = 45 - 6 + 1 = 40.$$

8) Трёхзначных чисел от 100 до 999 включительно:  $N_{\text{вс}} = 999 - 100 + 1 = 990$ .

$$p = \frac{N_{\text{благ}}}{N_{\text{вс}}} = \frac{40}{990} = \frac{4}{99} \approx 0,040$$

### **Матрица оценивания:**

1 задание: Какое минимальное число откроет ворота?

8 баллов – верно составлены логические выражения по предложенным схемам, упрощены и объединены в общую функцию, определены критерии подходящих чисел  $x$ , определено минимальное число 121;

7 баллов – допущена ровно одна любая арифметическая ошибка, хотя все шаги решения выполнены верно;

5-6 балла – допущена одна ошибка в составлении логического выражения по схеме ИЛИ одна ошибка в упрощении логических выражений ИЛИ неверно определено минимальное число 121, хотя все остальные шаги решения выполнены верно;

3-4 балла – допущено две ошибки из перечисленных ранее ИЛИ задача решена подбором;

2 балла – допущено более двух ошибок;

1 балл – приведены некоторые теоретические выкладки без решения конкретной задачи;

0 баллов – к проверке предложен ответ без описания рассуждений.

2 задание: Сколько чисел в интервале (315, 430) откроют ворота?

8 баллов – критерии подходящих чисел  $x$  объединены в параметрическую запись, решено двойное неравенство, определено количество подходящих параметров, правильно выписаны все числа ИЛИ верно

определён период последовательности подходящих чисел, определено минимальное число из интервала (НЕ подбором, но обосновано) и правильно выписаны все подходящие;

5-7 баллов – допущена ровно одна любая ошибка, хотя определено правильное количество чисел, и они верно выписаны ИЛИ решение было основано на периоде последовательности, но неверно определён период (хотя определено правильное количество чисел) или выбор первого подходящего числа из интервала необоснован или ошибочен;

3-4 балла – допущены две любые ошибки, хотя определено правильное количество чисел, и они верно выписаны ИЛИ при верном решении ответ не полон;

1-2 балла – допущено три любые ошибки ИЛИ неверно определено количество подходящих из интервала чисел;

0 баллов – к проверке предложен ответ без описания рассуждений.

3 задание: С какой вероятностью случайное трёхзначное число откроет ворота?

9 баллов – верно определено количество трёхзначных чисел и количество подходящих под условие задачи из них, определена вероятность, ответ записан в правильном формате с помощью следующих шагов: решено двойное неравенство, определено количество подходящих параметров ИЛИ решение было основано на периоде последовательности;

7-8 баллов – допущена ровно одна любая арифметическая ошибка, хотя все шаги решения выполнены верно;

5-6 баллов – допущены две любые ошибки ИЛИ ровно одна не арифметическая, хотя все остальные шаги решения выполнены верно;

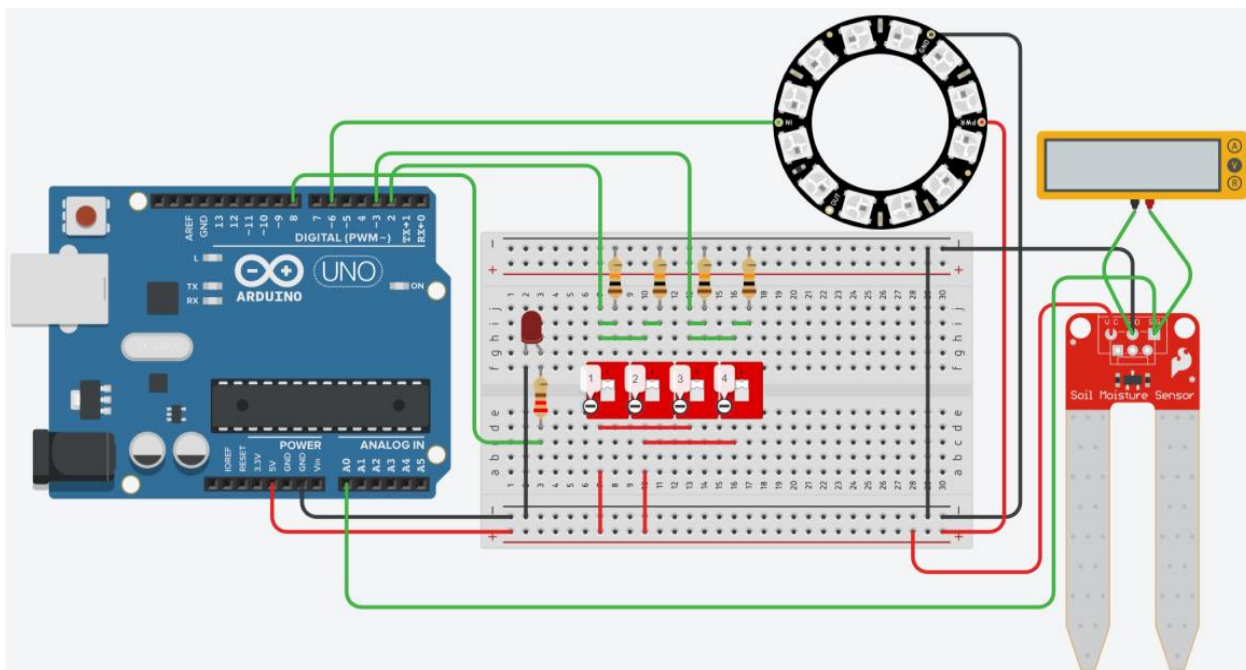
3-4 балла – допущено большее количество ошибок в рассуждениях ИЛИ количество чисел определено перечислением или необоснованно вовсе;

1-2 балла – описаны только теоретические выкладки без решения конкретной задачи;

0 баллов – к проверке предложен ответ без описания рассуждений.

**Задача 5 (Максимум – 25 баллов).**

После электромагнитной вспышки на солнце система контроля влажности и подсветки в оранжерее космического корабля вышла из строя. Инженерам удалось восстановить электрическую схему подключения всех компонентов. Однако программу управления они написать не смогли.



В эмуляторе Tinkercad для приведенной на рисунке выше схемы необходимо написать программу, которая выполнять следующие задачи:

1. Когда первый и второй переключатель выключены, значение датчика влажности обнуляется, красный светодиод включен, и светодиодное кольцо мигает синим с частотой 1 раз в секунду.
2. Когда включен хотя бы один из первых двух переключателей, то красный светодиод выключается, и сохраняются измерения датчика влажности.
3. Если значение с датчика влажности находится в диапазоне от 100 до 700 включительно, то светодиодное кольцо светится зеленым. Если оно выходит за эти пределы, то светодиодное кольцо мигает красным с частотой 2 раза в секунду.
4. Также необходимо вывести значение с вольтметра в монитор последовательного интерфейса, когда значения датчика влажности равны 100 и 700. Нужно вывести как само значение, так и единицы измерения.

**Решение:**

```

1 #include <Adafruit_NeoPixel.h>
2
3 #define NUMPIXELS 12
4 #define neopixel 6
5
6 Adafruit_NeoPixel pixels = Adafruit_NeoPixel(NUMPIXELS,
7                                             neopixel,
8                                             NEO_GRB + NEO_KHZ800);
9
10 int delayval = 100;
11
12 int redColor = 255;
13 int greenColor = 0;
14 int blueColor = 255;
15
16 int pin_led = 8;
17 int pin_dip_12 = 2;
18 int pin_dip_34 = 3;
19
20 int pin_sens = A0;
21
22 int data_sens = 0;
23
24 void setup()
25 {
26   pinMode(pin_led, OUTPUT);
27   pinMode(pin_dip_12, INPUT);
28   pinMode(pin_dip_34, INPUT);
29
30   pixels.begin();
31   Serial.begin(9600);
32 }
33
34 void loop()
35 {
36   int data_dip12 = digitalRead(pin_dip_12);
37   int data_dip34 = digitalRead(pin_dip_34);
38
39   if(data_dip12 == 0)
40   {
41     data_sens = 0;
42     digitalWrite(pin_led, HIGH);
43
44     for (int i=NUMPIXELS; i >=0; i--)
45     {
46       pixels.setPixelColor(i, pixels.Color(0, 0, 255));
47       pixels.show();
48
49     delay(500);
50     for (int i=NUMPIXELS; i >=0; i--)
51     {
52       pixels.setPixelColor(i, pixels.Color(0, 0, 0));
53       pixels.show();
54     }
55     delay(500);
56   }
57   else if(data_dip12 == 1)
58   {
59     digitalWrite(pin_led, LOW);
60     data_sens = analogRead(pin_sens);
61
62     if(data_sens > 100 && data_sens < 700)
63     {
64       for (int i=NUMPIXELS; i >=0; i--)
65       {
66         pixels.setPixelColor(i, pixels.Color(0, 255, 0));
67         pixels.show();
68       }
69     }
70     else
71     {
72       if(data_dip34 == 1)
73       {
74         Serial.print("min = 498 mV max = 3.45 V");
75       }
76       for (int i=NUMPIXELS; i >=0; i--)
77       {
78         pixels.setPixelColor(i, pixels.Color(255, 0, 0));
79         pixels.show();
80       }
81       delay(250);
82       for (int i=NUMPIXELS; i >=0; i--)
83       {
84         pixels.setPixelColor(i, pixels.Color(0, 0, 0));
85         pixels.show();
86       }
87       delay(250);
88     }
89   }
90 }

```

Монитор последовательного интерфейса

min = 498 mV max = 3.45 V

КРИТЕРИЙ ОЦЕНИВАНИЯ	БАЛЛЫ/ШТРАФЫ
Для уровня задания 5 корректно обрабатываются данные от компонентов	+5
Для уровня задания 5 корректно реализовано управление компонентами	+5
Для уровня задания 5 реализован требуемый алгоритм	+10
Для задания в целом аккуратно написан код 6 (именование переменных, выделение функций)	+3
Не использованы готовые примеры при решении задания	+2
Не читаемый код	-1
Общие мелкие недочеты в коде (не все показания компонентов корректно обработаны)	От -1 до -3
Не корректный вывод ответа в монитор последовательного порта	От -1 до -2
Не компилируется код	-1
Код задания написан на языке Scratch	-3
Заемствование чужой работы	-20